

7. Magnetfeld (1)

7.1 Lorentz-Kraft, Definition von B

Eine magnetische Kraftwirkung tritt z.B. bei natürlichen Materialien wie Magneteisenstein oder bei technisch bearbeiteten Metallen auf, z.B. bei Stahl. Allgemein bekannt ist die Orientierung eines dünnen Stabmagneten, der horizontal reibungsfrei gelagert ist, im Magnetfeld der Erde: der „Nordpol“ des Magneten richtet sich nach Norden aus, der „Südpol“ nach Süden. Bei zwei Stabmagneten stoßen sich „gleichnamige“ Pole ab (Nordpol und Nordpol, Südpol und Südpol), „ungleichnamige“ Pole ziehen sich an, also Nord- und Südpol und Süd- und Nordpol.

Zunächst scheint das Verhalten von Magneten ähnlich zu sein wie das von elektrischen Ladungen. Anders als in der Elektrostatik ist es aber nicht möglich, isolierte Nord- oder isolierte Südpole herzustellen. Jeder Permanentmagnet, der in noch so kleine Einzelteile zerlegt wird, besteht immer aus elementaren Teilen, die Nord- und Südpol haben. Es gibt nach heutigem Wissensstand keine magnetischen Monopole.

Das Feld eines Magneten kann man mit kleinen Probedipolen („Magnetnadeln“) veranschaulichen, die sich parallel zu den Feldlinien ausrichten. Jeder Probedipol erfährt also im Feld eines Magneten ein Drehmoment, bis er parallel zu einer Feldlinie liegt. Das Feldlinienbild eines Stabmagneten sieht genauso aus wie das elektrische Feldlinienbild eines elektrischen Dipols.

Auch stromdurchflossene Leiter sind von einem Magnetfeld umgeben. Das Feldlinienbild einer langen, stromdurchflossenen Spule sieht genauso aus wie das eines Stabmagneten. Dies legt die Vermutung nahe, dass das Magnetfeld durch Ströme hervorgerufen wird, also durch bewegte elektrische Ladungen.

Ein homogenes Magnetfeld, das also in einem bestimmten Raumbereich nach Betrag und Richtung konstant ist, kann man in einem sog. Hufeisenmagneten erzeugen. Dazu wird ein Stabmagnet so gebogen, dass sich Nord- und Südpol, getrennt durch einen Luftspalt, direkt gegenüberstehen. Im Luftspalt ist das Feld homogen.

Bringt man in den Luftspalt einen geraden, stromdurchflossenen Leiter, der senkrecht zu den Feldlinien verläuft, so wirkt eine Kraft auf den Leiter. Durch Änderung von Stromstärke I und Leiterlänge L und Messung der entstehenden Kraft stellt man fest, dass der Quotient $F/(I \cdot L)$ konstant bleibt und charakteristisch für den verwendeten Magneten ist. Deshalb wird definiert:

$$B = \frac{F}{I \cdot L} \quad \text{„Magnetische Induktion“}$$

Oft wird B auch als „magnetische Feldstärke“ bezeichnet.

Die SI-Einheit von B ist $N/(A \cdot m) = T$ (**Tesla**). In der Technik finden Sie häufig auch die Einheit **Gauß** mit dem Einheitenzeichen G, $1 T = 10^4 G$.

Die magnetische Induktion \mathbf{B} ist ein Vektor, der vom Nordpol zum Südpol des Magneten gerichtet ist. Zwischen Kraftvektor \mathbf{F} , Driftgeschwindigkeit \mathbf{v} der (positiven!) Ladungen, also der Stromrichtung, und der Richtung von \mathbf{B} gilt der „rechtshändige“ Zusammenhang des Kreuzproduktes:

$$\mathbf{F} \sim \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Die Kraft steht also senkrecht auf der durch die Stromrichtung und \mathbf{B} aufgespannten Ebene, ihr Betrag hängt vom Sinus des Winkels zwischen \mathbf{v} und \mathbf{B} ab. Insbesondere verschwindet die Kraft, wenn der Strom parallel zu den \mathbf{B} -Feldlinien fließt.

Mikroskopisch entsteht die Kraftwirkung dadurch, dass eine Kraft auf jedes einzelne Elektron wirkt, das durch den Leiter fließt. Diese Kraft, die sog. Lorentzkraft, kann man auch an freien Teilchen in einem Magnetfeld nachweisen, z.B. an Elektronen in einer Vakuumröhre. Die Lorentzkraft ist quantitativ gegeben durch:

$$\mathbf{F}_L = q \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \text{Lorentzkraft}$$

Dabei ist q die elektrische Ladung des Teilchens, \mathbf{v} seine Geschwindigkeit im Magnetfeld \mathbf{B} .

7.2 e/m für Elektronen, Hall-Effekt

Ein geladenes Teilchen, das senkrecht zu den Feldlinien in ein Magnetfeld eingeschossen wird, beschreibt eine Kreisbahn, deren Radius sich aus der Beziehung:

$$\frac{mv^2}{r} = qvB$$

ergibt. r ist der sog. „**Zyklotronradius**“. Das Teilchen ist dann in einem Raumbereich mit dem Radius r gefangen. Auf diese Weise können geladene Teilchen gespeichert werden, ohne dass sie in Kontakt mit materiellen Wänden kommen (das ist z.B. bei den geplanten Fusionsreaktoren wichtig). Aus der Vermessung der Bahn ergibt sich das Verhältnis q/m von Ladung zur Masse, das für Elementarteilchen eine wichtige Naturkonstante ist, z.B. e/m für das Elektron.

Eine direkte Anwendung der Lorentzkraft ist der **Hall-Effekt**. Ein dünnes Plättchen, dessen Oberfläche von einem Magnetfeld durchsetzt wird, wird senkrecht zu den Feldlinien von einem konstanten Strom I durchflossen. Die Elektronen werden durch die Lorentzkraft quer zur Stromrichtung abgelenkt, so dass senkrecht zu \mathbf{B} und senkrecht zur Stromrichtung eine Spannung entsteht, die sog. Hallspannung:

$$U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

d ist die Dicke des Plättchens.

☑ R_H ist der „Hallwiderstand“, der für das Plättchenmaterial charakteristisch ist, $R_H = 1/(e \cdot n_e)$. n_e ist die Dichte der Leitungselektronen in dem Material, e die Elementarladung. Aus der Messung von R_H ergibt sich also die Dichte der Leitungselektronen, aus der Sie die Driftgeschwindigkeit der Elektronen bei Stromfluss berechnen können.

☑ Hallplättchen werden zur Messung von Magnetfeldern benutzt, sog. „**Hallsonden**“. Dazu müssen die Plättchen sehr dünn sein, denn je kleiner d ist, desto größer wird bei vorgegebenem Strom die Hallspannung. Einige Firmen haben versucht, Hallsonden zum Auslesen der Magnetsignale von magnetischen Speichermedien (Festplatten, Floppys, Bändern) zu verwenden.

☑ Die Lorentzkraft auf Elektronen wird auch benutzt, um die Ablenkung des Strahls in einem Computer-CRT-Monitor zu realisieren. Das Magnetfeld wird dabei durch Spulensysteme erzeugt, sog. „magnetische Linsen“, die elektronenoptische Abbildungseigenschaften haben. Der wesentliche Vorteil gegenüber elektrostatischen Feldern ist, daß die erforderlichen Ablenkwinkel durch deutlich kürzere Laufstrecken im Feld erreicht werden können und die Monitore dadurch nicht so „tief“ sein müssen.

7.3 Spulenfelder, Feld eines stromdurchflossenen Leiters

Ein stromdurchflossener Leiter ist von einem Magnetfeld umgeben. Magnetfelder werden in der Technik meistens nicht durch Permanentmagnete, sondern kontrolliert durch Ströme erzeugt. Es ist deshalb wichtig, das Magnetfeld einer beliebigen, vorgegebenen Stromverteilung berechnen zu können. In den letzten Jahren sind dafür leistungsfähige Programme auf den Markt gekommen, die Magnetfelder numerisch berechnen und zur Auslegung von Spulensystemen verwendet werden können.

Einige der wichtigen Konfigurationen sind:

● **Lange Spule** der Länge L mit N Windungen, die vom Strom I durchflossen wird. Das Feld im Innern der Spule ist im gesamten Querschnitt gleich groß (homogen) und parallel zur Spulenachse:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{L}$$

μ_0 ist die **magnetische Feldkonstante**, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs}/(\text{Am})$.

☑ Eine Spule ist lang, wenn ihre Länge groß gegen ihren Durchmesser ist, also z.B. zehnmal so groß. Die o.a. Formel gilt streng nur für eine „unendlich lange“ Spule. Dann ist das Feld außerhalb der Spule Null. Bei realen Spulen quellen die Feldlinien an einem Spulenende heraus und verlaufen im Außenraum gekrümmt in großen Bögen bis zum anderen Spulenende. Die Feldstärke ist also im Außenraum wesentlich kleiner als in der Spule, man spricht vom „Streifeld“ der Spule. Es ist zwar nicht möglich, eine unendlich lange Spule zu realisieren, aber man kann die Spule zu einem Ring zusammenbiegen (**Toroidspule**) und auf diese Weise das Feld effektiv auf den Innenraum begrenzen.

☑ Wenn die Stromrichtung in der Spule umgekehrt wird, kehrt sich auch die Richtung des B-Feldes um. Wenn Sie die Spule so anschauen, daß der Strom eine rechtsgewendelte Spirale durchfließt, dann schauen Sie in die Richtung, in die das Magnetfeld zeigt; andernfalls kommen die Magnetfeldlinien auf Sie zu.

● **Gerader, vom Strom I durchflossener Leiter:**

Die B-Feldlinien sind konzentrische Kreise, die senkrecht auf dem Leiter stehen; der Leiter verläuft durch den Kreismittelpunkt. Für einen festen senkrechten Abstand r vom Leiter ist der Betrag von B gleich groß, die Richtung ist tangential zum zugehörigen Feldlinienkreis mit Radius r. B wird mit zunehmendem Abstand kleiner:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

● **Kreisförmige Leiterschleife** mit Radius r, die vom Strom I durchflossen wird: Das Feld im Zentrum des Kreises steht senkrecht auf der Kreisebene und beträgt:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r}$$

☑ Die angegebenen Gleichungen für den Zusammenhang zwischen der Stromverteilung und der dadurch hervorgerufenen Feldverteilung kann man aus zwei allgemeineren Beziehungen berechnen. Das eine Prinzip ist eine Integralgleichung, das **Ampere'sche Durchflutungsgesetz**. Das andere Prinzip ist eine Formel, die für ein kleines Leiterstückchen das dadurch erzeugte Magnetfeld in jedem Raumpunkt angibt, das sog. **Biot-Savart'sche Gesetz**. Dieses Prinzip ist für numerische Simulationen, also für Programme zur Feldberechnung, sehr gut geeignet. Sie können in jedem guten Lehrbuch etwas über diese Formeln nachlesen. In der Vorlesung wurden sie nicht behandelt, weil sie nur mit mathematischen Methoden sinnvoll ausgewertet werden können, die Ihnen noch nicht vermittelt wurden.

7.4 Kraft auf stromdurchflossene Leiter

Zwischen zwei geraden, stromdurchflossenen Leitern wirkt eine Kraft. Die Kraftwirkung entsteht, weil ein stromdurchflossener Leiter ein Magnetfeld in seiner Umgebung erzeugt; der andere Leiter befindet sich in diesem Feld und erfährt, genau wie der Leiter im Feld des Hufeisenmagneten, eine Kraft. Wenn beide Leiter sehr lang sind, spielen Streufelder an den Enden keine Rolle. Betrachtet man zwei gegenüberliegende Teilstücke der beiden parallelen Leiter, die jeweils die gleiche Länge L haben, dann ist die Wechselwirkungskraft zwischen den Leiterstücken:

$$F = \frac{\mu_0 \cdot I^2}{2\pi \cdot r} \cdot L$$

I ist dabei die Stromstärke, die in beiden Leitern gleich groß sein soll, r ist der Abstand zwischen den beiden Leitern.

Über diese Beziehung ist im SI-System die Basiseinheit Ampere definiert. Sie können sehen, dass die Strommessung auf eine Messung von L , F und r zurückgeführt wird, wenn μ_0 festgelegt ist. Umgekehrt kann man diese Definition des Ampere auch als Festlegung des Zahlenwertes für μ_0 betrachten.

7.5 Ferromagnetismus und Hysterese

Wenn Sie einen Eisenstab in eine stromdurchflossene Spule stecken, wird die magnetische Wirkung der Anordnung drastisch (um mehrere Zehnerpotenzen) verstärkt. Das Feld in der Spule kann nämlich die Elementarmagnete, aus denen Sie sich den Eisenstab zusammengesetzt denken können und die zunächst statistisch orientiert sind, alle in dieselbe Richtung ausrichten. Das Feld der kollektiv ausgerichteten Elementarmagnete kann sehr viel größer sein als das Feld, das die Spule allein erzeugen könnte. Der „Verstärkungsfaktor“ ist die **relative Permeabilität** μ_R des Materials in der Spule, also etwa des Eisenkerns, und die magnetische Induktion ist dann:

$$B = \mu_R \cdot \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{L}$$

Bei Ferromagneten nimmt B mit steigendem I zunächst zu, bis die **Sättigungsfeldstärke** erreicht ist, weil alle Elementarmagnete ausgerichtet sind. Wird I dann auf Null reduziert, bleibt eine Feldstärke zurück, die sog. **Remanenz**, weil einige Elementarmagnete ihre Orientierung behalten haben. Wenn das Feld auf Null reduziert werden soll, ist dazu ein entgegengesetzter Strom erforderlich, die „Koerzitivkraft“ (obwohl es sich um einen Strom handelt!). Wird der Betrag des entgegengesetzten Stromes weiter erhöht, kann man das Feld umpolen bis zur entgegengesetzten Sättigungsfeldstärke. Wird die Stromstärke jetzt wieder auf Null zurückgenommen, bleibt eine Remanenz übrig, die der oben beschriebenen Remanenz entgegengesetzt ist. Bei positivem Strom kann man jetzt wieder das Magnetfeld auf Null reduzieren und schließlich umpolen, bis die positive Sättigung erreicht ist.

☑ Zu einem bestimmten Strom gehört also nicht nur ein einziger Wert von B , sondern es sind zwei Werte möglich. Welcher Wert realisiert ist, hängt davon ab, „von welcher Seite“ man sich dem Strom I nähert, von der positiven oder von der negativen Sättigung her. Das Feld hängt also von der Vorgeschichte des Materials ab, das Material hat „Gedächtnis“. Dieses Phänomen wird als **Hysterese** bezeichnet, das zugehörige Diagramm B gegen I ist die **Hysteresekurve**.

☑ Die Sättigungsmagnetisierung von Ferromagnetika ist die Basis der **magnetischen Datenspeicherung**. Dabei werden definierte Oberflächenbereiche eines magnetisierbaren Trägers negativ oder positiv aufmagnetisiert. Die Übergänge zwischen zwei solchen Zonen werden induktiv mit einem Magnetkopf ausgelesen.

☑ Der Ferromagnetismus ist ein Ordnungszustand, der bei höheren Temperaturen zerstört wird, weil die thermische Bewegung der Elementarmagnete „gewinnt“. Die Grenztemperatur, oberhalb derer keine Remanenz zurückbleibt, wird als **Curie-Temperatur** bezeichnet. Sie ist bei manchen magneto-optischen Speichern wichtig, bei denen mit einem fokussierten Laserstrahl ein magnetisierter Bereich aufgeschmolzen und so die Magnetisierung zerstört wird.